Alan Turing, lápis, papel e a calculabilidade: uma etnografia do conhecimento matemático

ISABEL CAFEZEIRO*
IVAN DA COSTA MARQUES**

1. Introdução

Em 1936 o matemático inglês Alan Turing escreveu o artigo *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem* onde definiu o funcionamento de um dispositivo extremamente simples. No mesmo artigo Turing também propôs (argumentou) que esse dispositivo é capaz de executar qualquer cálculo que uma pessoa munida de lápis e papel possa fazer, sendo assim uma caracterização formal da noção informal de algoritmo. Há consenso entre os matemáticos de que a equivalência entre a caracterização formal proposta por Turing (assim como outras) e a noção informal não pode ser provada e "precisa ser aceita ou rejeitada em bases que são, em grande parte, empíricas."(Rogers, 1967:20) Persistem, no entanto, as controvérsias sobre as questões que envolvem as possibilidades de bases empíricas para o conhecimento matemático. É no campo onde se discutem essas controvérsias que nosso trabalho (em andamento) pretende situar uma (modesta) contribuição historiográfica. Vamos argumentar que, embora Alan Turing nunca tenha usado a palavra etnografia, o seu modo de abordar as questões matemáticas, e particularmente a questão do que é "ser calculável ou computável", é precisamente etnográfico. E isso, de certa forma, mobiliza Alan Turing entre o empirismo e o racionalismo nas discussões sobre as bases do conhecimento matemático. Nossos resultados preliminares aproximam, historicamente, Alan Turing, cujo dispositivo deu origem a um campo ontológico habitado por entidades matemáticas tomadas como epítomes de pura dedução cerebral (o campo da calculabilidade ou

* Professora Associada do Departamento de Ciência da Computação da UFF. Pós-doutoranda do Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia da UFRJ.

** Professor Associado do Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia da UFRJ.

computabilidade efetiva), de uma tradição naturalista que se vincula a abordagens empíricas da base do conhecimento matemático.

2. A máquina de Turing

Muitos consideram o matemático inglês Alan Turing (1912-1954) o "pai da computação." Em 1936 ele publicou o artigo *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*, onde definiu o funcionamento de uma máquina extremamente simples: um dispositivo composto por um cabeçote de leitura que se desloca sobre uma fita dividida em quadras adjacentes, e um controle que determina os movimentos de forma inequívoca (Figura 1). Sobre cada uma dessas quadras pode ser escrito o algarismo "zero" ou o algarismo "um". A máquina funciona numa sucessão de passos determinada pelo seu controle (ou programa) que pode ter um final (a máquina se desliga) ou não (a máquina continua a funcionar indefinidamente). A cada passo a máquina tem a capacidade de "ler" o algarismo da quadra da fita que está debaixo dela, escrever nessa mesma quadra um "zero" ou um "um" e deslocar a fita uma posição para a quadra adjacente, à esquerda ou à direita. A fita não tem fim, no sentido de que a máquina poderá sempre avançar mais uma quadra à direita ou à esquerda. E nada mais.

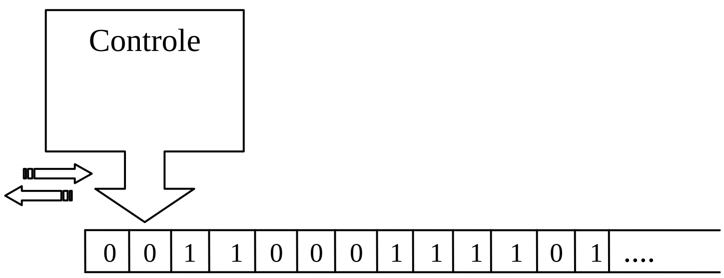

Figura 1: Representação esquemática da máquina de Turing

Posta a funcionar dessa maneira, a partir de uma fita que tem escrita em suas quadras uma seqüência de "zeros" e "uns", a máquina, ao parar, se parar, terá possivelmente transformado a série inicial em uma outra série de "zeros" e "uns" a partir de uma sequência fixada de instruções do tipo “mova para a quadra da direita”, “grave zero sobre a quadra corrente” que constitui o seu controle.

Os matemáticos concordam que especificada dessa maneira, com esse conjunto de regras limitadas e simples, a máquina de Turing é uma descrição formal (precisa e rigidamente aderente a protocolos rigorosamente definidos e independente de significados que lhe possam ser atribuídos) da transformação que ela executa sobre a fita.

Além de descrever a máquina, em seu famoso artigo de 1936, Turing também propôs (argumentou) que este dispositivo é capaz de executar qualquer cálculo que uma pessoa munida de lápis e papel possa fazer. Ou seja, em termos mais precisos, Alan Turing propôs uma contrapartida formal para a noção intuitiva que se tem, ou pelo menos que os matemáticos têm, do que seja um cálculo, uma computação, ou ainda, do que seja uma função computável. Se uma máquina de Turing $\mathcal{F}$ inicia seu funcionamento com uma série de zeros e uns denominada X, e termina com uma série Y de zeros e uns, então, $\mathcal{F}(X) = Y$. Diz-se em linguagem computacional que X é o *input* e Y é o *output* da máquina de Turing que calcula a função $\mathcal{F}$ (Figura 2).

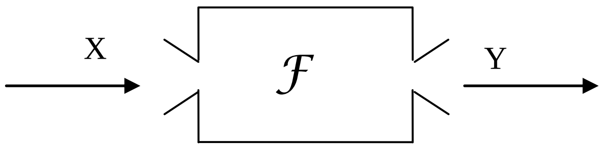

Figura 2: Representação esquemática do cômputo da função $\mathcal{F}$ pela máquina de Turing

Aceita a proposição de Turing, uma função será computável ou calculável se e somente se houver uma máquina de Turing (um programa) que a compute ou calcule. A noção informal de cálculo corresponde em linguagem matemática à noção informal de algoritmo, isto é, um procedimento intuitivamente “mecânico”, um procedimento que resolve um problema progredindo passo a passo.

Há consenso entre os matemáticos de que a proposição de que uma caracterização formal, como a da máquina de Turing, provê uma contrapartida satisfatória para a noção informal de algoritmo. Talvez por sua proximidade imagética com os computadores eletrônicos que emergiram pouco depois que Turing publicou seu artigo, a máquina de

Turing é quiçá a mais famosa caracterização de uma contrapartida formal para a noção informal de algoritmo ou da qualidade de “ser calculável”, mas ela não é a única. Várias outras caracterizações foram propostas por diversos matemáticos e “estudos combinatórios detalhados mostram que as caracterizações de Turing, Kleene, Church, Post, Markov são equivalentes.”(Rogers, 1967:18) Há também consenso entre os matemáticos de que a equivalência entre qualquer dessas caracterizações formais e a noção informal de algoritmo não pode ser provada e “precisa ser aceita ou rejeitada em bases que são, em grande parte, empíricas.” (Rogers, 1967:20)

Mas questões sobre as quais não há consenso são aquelas que sugerem e discutem bases empíricas para a matemática, a computabilidade ou os conhecimentos matemáticos. Embora haja uma vasta produção nos campos da história da computação e da história da matemática, tanto quanto pudemos ver até agora, as questões que versam sobre (possíveis?) bases empíricas da matemática parecem ser mais rejeitadas do que propriamente debatidas. Nos últimos quatro anos dos *IEEE Annals of the History of Computing* encontramos um único trabalho que se relaciona ao assunto, de Marie Hicks, *Repurposing Turing’s ‘‘Human Brake’’*, 2008. E é sobre essas questões que nosso trabalho (em andamento) pretende fazer uma (modesta) contribuição historiográfica.

3. O etnógrafo Turing

Vamos argumentar que, embora Alan Turing nunca tenha usado a palavra etnografia, o seu modo de abordar as questões matemáticas, e particularmente a questão do que é “ser calculável ou computável”, é precisamente etnográfico. Seu famoso artigo evidencia que Turing acompanhava de perto todas as ações envolvidas em um cálculo, sem fazer “saltos mortais” que o separassem da materialidade. Como explica (Latour, 2001:86) O conhecimento constrói-se em uma cadeia reversível de curtas etapas. A cada etapa intermediária há um pequeno hiato entre a coisa (matéria) e o que a representa, o que significa uma quase-continuidade entre a matéria e a idéia. (Figura 3)

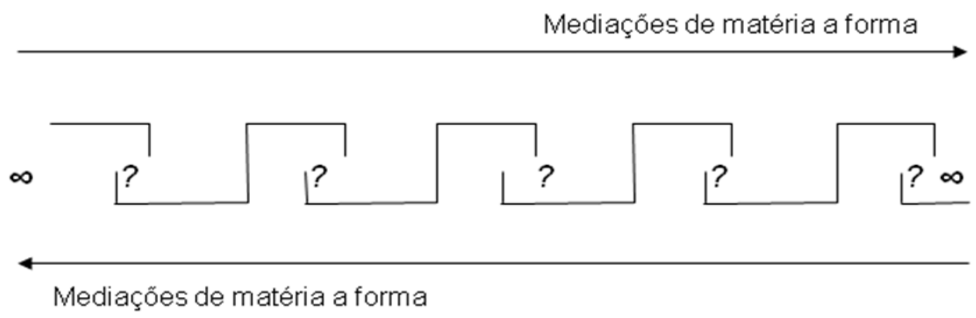

Figura 3. O conceito de Referência Circulante (Latour, 2001:86) expressa o estreito vínculo entre a coisa e a idéia no processo de construção do conhecimento. A cada etapa, o que atua como matéria passa à forma na etapa seguinte, que então serve de matéria a etapa posterior. Neste percurso, há uma pequeníssima distância entre o que é forma e o que é matéria. O esquema acima deve ser considerado do centro para as extremidades, desenrolando-se indefinidamente.

Ignorar as diversas etapas desta cadeia, prendendo-se à conformidade entre a coisa, em um extremo, e a representação, em outro, é dar um "salto" em direção ao simbólico. É "mortal" porque faz perder os vínculos com o mundo:

> *Os intermediários, que em sua particularidade concreta formam uma ponte, evaporam-se idealmente para um intervalo vazio a ser cruzado; depois, tendo a relação dos termos finais se tornado saltatória, toda fórmula mágica de erkenntnisthorie começa e avança sem ser refreada por outras considerações concretas. A idéia, 'significando' um objeto separado de si mesmo por um 'corte epistemológico', executa agora o que o professor Ladd chama de salto mortale ... A relação entre a idéia e o objeto, ora abstrato e saltatório, daí por diante se opõe, por ser mais essencial e prévia, a seu próprio eu ambulatório. E a descrição mais concreta é classificada, ou de falsa ou de insuficiente. (James [1907], 1975, p.247-8) apud (Latour, 2001:91)*

O artigo de 1936 mostra a proximidade material e etnográfica com que Turing observa a atividade de quem e do que calcula. Ele destaca que "[um] cálculo é normalmente feito escrevendo certos símbolos em um papel"[1] e que "[n]ão podemos dizer em uma olhadela se 9999999999999999 e 999999999999999 são o mesmo."[2] Podemos apreciar

1 "Computing is normally done by writing certain symbols on paper." (Turing, 1936)

2 "We cannot tell at a glance whether 9999999999999999 and 999999999999999 are the same." (Turing, 1936)

a ressonância destas observações com uma primeira proposição crucial de Turing de que "uma máquina digital para calcular deve levar em conta um símbolo de cada vez"[3]. Ao observar um "computer" – ou seja, nós dizemos, a assemblage (arranjo) que associa pessoa, lápis e papel no ato de calcular – Turing afirma que "isso está de acordo com a experiência"[4].

Uma segunda proposição crucial de Turing também se vincula, ao longo de todo artigo de 1936, à postura etnográfica de se manter colado à materialidade do processo de execução de um cálculo, obsessivamente observando e registrando passo a passo o processo de cálculo, evitando as tentações de saltar criando o abismo que se estabelece entre as idéias e seu suporte material. Turing diz literalmente que a máquina abstrata que propõe tem toda sua materialidade correspondente à materialidade da atividade de calcular de uma pessoa, munida de lápis e papel. Com as palavras "Podemos agora construir uma máquina para fazer o trabalho deste computador"[5], Turing inicia uma correspondência explícita entre o arranjo material que constitui o computador e os mecanismos da máquina que propõe. Esta correspondência é precisa a ponto de considerar situações onde o elemento pessoa desse arranjo levanta, interrompendo os cálculos para depois retomar:

> *É sempre possível ao computador interromper seu trabalho, sair e esquecer tudo sobre ele, e depois retornar e prosseguir. Se fizer isto, precisa deixar uma nota de instruções (escrita em uma forma padrão) explicando como o trabalho dever ser continuado. Esta nota é a contraparte do 'estado da mente'*[6].

Ou seja, a situação ou estado de um cálculo pode ser retido (armazenado, gravado, escrito) em sua totalidade em anotações que o computador (o arranjo material pessoa-lápis-papel que computa observado pelo etnógrafo Alan Turing) faz no elemento papel.

---

3 "A digital machine for calculating should take on account a symbol at a time" (Turing, 1936)

4 "This is in accordance with experience." (Turing, 1936)

5 "We may now construct a machine to do the work of this computer" (Turing, 1936)

6 "It is always possible for the computer to break off from his work, to go away and forget all about it, and later to come back and go on with it. If he does this he must leave a note of instructions (written in some standard form) explaining how the work is to be continued. This note is the counterpart of the 'state of mind'." (Turing, 1936)

Está tudo anotado ali e ele pode retomar o trabalho sem nenhum prejuízo a partir das anotações. Mais ainda, em princípio não há limitação para a quantidade de papel que o computador pode usar. Ou seja, o computador trabalha supondo que a cada momento haverá sempre papel suficiente para suas anotações. Em outras palavras, o estoque de papel é supostamente infinito. Aqui novamente podemos apreciar a ressonância destas observações com a característica da fita da máquina de Turing poder se estender indefinidamente. Ou seja, a disponibilidade de uma fita (memória) infinita também "está de acordo com a experiência".

O gênio de Alan Turing desfaz e refaz vínculos e fronteiras ao buscar (com sucesso) estabelecer uma contrapartida formal (purificada) da noção informal (heterogênea) de algoritmo. Por um lado, ele estabelece um modelo independente do material envolvido em uma computação – pouco importa de que material uma máquina de Turing seja feita ou materializada. Em uma "experiência de pensamento", independentemente de ser uma máquina de Turing construída com rodas dentadas ou com circuitos eletrônicos, a caracterização de Turing provê para os matemáticos uma evidência convincente de que ela pode executar qualquer computação que prossiga de uma maneira que seja, intuitivamente, "mecânica". Ou seja, em sua construção de conhecimento matemático Turing estabelece uma materialidade para logo em seguida ir convincentemente deixando entendido que essa materialidade perde relevância. Por outro lado, em nenhuma ocasião Turing se afasta da materialidade do processo de uma computação. Ele consegue evitar o salto mortal denunciado, por exemplo, pelos empirista e pragmatista John Stuart Mill e William James, entre outros, e mantém-se aderente à materialidade em todo o percurso entre a qualidade necessariamente heterogênea da atividade de computação envolvendo lápis e papel, além de habilidade de copiar (memória), modificar e operar com algarismos de maneira "mecânica" e a contrapartida formal, meta-matematizada, dita *abstrata*, aceita como exata e precisa, da noção informal do que aquela qualidade engloba.

4. Considerações finais: o matemático empirista Turing

A postura observante da materialidade do cálculo, apontada acima, que, sugerimos, levou Alan Turing à proposição da máquina de Turing, aproxima o matemático inglês de J.S. Mill como empirista em uma "abordagem naturalista da matemática". Segundo (Bloor, 1976/1991:104-105), o livro de J. S. Mill, *System of Logic* (1843), “forneceu a idéia fundamental de que as situações físicas provêm modelos para os passos no raciocínio matemático …”[7]

Se lançarmos mão da evidência de que, sim, é possível dizer de uma olhadela se 9 e 99 são ou não iguais, embora o mesmo não possa ser dito para 9999999999999999 e 999999999999999, e lembrando ainda a proposição de Turing de “levar em conta um símbolo de cada vez”, consideramos que Turing tinha como plausível a proposição de que “a experiência e a aritmética (ou matemática) só se sobrepõem limitadamente” (Bloor, 1976/1991-102). A evidência da limitação dessa sobreposição da experiência e da aritmética (as questões 9=99 e 9999999999999999=999999999999999 são diferentes na experiência e iguais na aritmética) pode ser interpretada de duas maneiras (Bloor, 1976/1991-102) (ênfase nossa):

> *1) esta pequena conexão e correspondência entre a aritmética e a experiência é meramente fortuita ou, alternativamente, 2) ela pode ser usada para dotar essa conexão limitada entre a aritmética e a experiência de uma importância suprema. É preciso mostrar então que <u>todo o resto se desenvolve a partir daquela conexão.</u>*

Assim como John Stuart Mill, Alan Turing tomou a segunda opção em sua abordagem do que é calculável – mas esta opção tem ficado cada vez menos presente na historiografia. Procuramos mostrar, no entanto, que ela estava viva em um dos mais brilhantes matemáticos do século XX. Como lembra David Bloor,

> *Para o empirista, o conhecimento vem da experiência. Assim, para o empirista consistente, se matemática é conhecimento, ela também vem necessariamente da experiência”. (Bloor, 1976/1991:87) ... “Deveria ser possível ver propriamente conhecimentos matemáticos sendo criados a partir da experiência. Deveria ser possível exibir aqueles fatos empíricos que se diz atuarem como modelos para processos de pensamento matemático. (Bloor, 1976/1991:89)*

7 David Bloor completa essa citação “...embora se reconheça, como fez o jovem Russel, de que esta afirmação não cai bem. Falta alguma coisa aí.”. Para Bloor o que falta é a explicitação da nossa (humana) capacidade de tratar as idéias como objetos, mas isso se afasta bastante de nossos propósitos aqui, bem mais circunscritos.

Bibliografia

Bloor, D. Knowledge and social imagery. Chicago: University of Chicago Press. 1976/1991. xi, 203 p. p.

James, W. Pragmatism and the Meaning of Truth. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, (1907/1975)

Latour, B. A Esperança de Pandora: EDUSC. 2001. 372 p.

Rogers, H. Theory of recursive functions and effective computability. New York: McGraw-Hill. 1967. xix, 482 p. p. (McGraw-Hill series in higher mathematics)

Turing, A., On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem, Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2, n.42, p 230-265.1936